

## Notation & några begrepp för komplexitetsanalys

Robert Granat

## Begränsningar av funktioner

Övre gräns:

$f(x) = O(g(x)) \Leftrightarrow$  för någon konstant  $c > 0$  existerar  $x_0 \geq 0$  så att  $f(x) \leq c g(x)$  för alla  $x \geq x_0$

Undre gräns:

$f(x) = \Omega(g(x)) \Leftrightarrow$  för någon konstant  $c > 0$  existerar  $x_0 \geq 0$  så att  $f(x) \geq c g(x)$  för alla  $x \geq x_0$

Övre och under gräns:

$f(x) = \theta(g(x)) \Leftrightarrow$  för konstanter  $c_1, c_2 > 0$  existerar  $x_0 \geq 0$  så att  $c_1 g(x) \leq f(x) \leq c_2 g(x)$  för alla  $x \geq x_0$

## Exempel

Finn övre gräns för  $f(x) = 5x^2 + 2x \log x$

1  $f(x) = O(x^2)$  ty  $f(x) \leq 6x^2$  då  $x \geq 4$

eftersom

$$6x^2 \geq 5x^2 + 2x \log x$$

$\Leftrightarrow$

$$x^2 \geq 2x \log x$$

vilket är sant för  $x \geq 4$

1 Vi har alltså hittat konstanter  $c (= 6)$  och  $x_0 (= 4)$  så att  $c x^2 \geq 5x^2 + 2x \log x$  för alla  $x \geq x_0$

## Några räkneregler

1 Låt  $f(n) = O(r(n))$   
 $g(n) = O(s(n))$

Då gäller:

- $f(n) + g(n) = O(r(n) + s(n))$
- $f(n) * g(n) = O(r(n) * s(n))$

... men ...

- $f(n) - g(n) \neq O(r(n) - s(n))$
- $f(n) / g(n) \neq O(r(n) / s(n))$

Övning: Härled dessa regler!  
(Vad gäller för undre gränser?)