## Resolution i predikatlogik

- Resolution
- Sundhet och fullständighet
- Algoritmiska anmärkningar





## Resolution

**Definition** För atomära formler $\varphi, \varphi'$ låt $\mathsf{mgu}(\varphi, \varphi')$ vara mängden av deras mest generella unifierare. I bevissystemet **Res** för predikatlogik betraktas endast klausuler. Bevissystemet har inga axiomscheman och endast en bevisregel:

$$\frac{\psi \vee \varphi, \quad \psi' \vee \neg\varphi', \quad \sigma \in \mathsf{mgu}(\varphi, \varphi')}{\psi\sigma \vee \psi'\sigma}$$





## Sundhet och fullständighet

**Teorem**

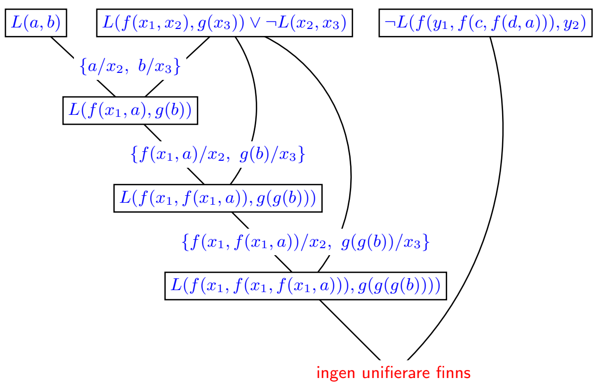
1. Bevissystemet **Res** är sunt: $\Phi \vdash_{\mathsf{Res}} \varphi$ implicerar $\Phi \models \varphi$.
2. **Res** är fullständigt för vederläggningsbevis: För motsägelsefulla klausulmängder $\Phi$ med parvis disjunkta variabelmängder gäller $\Phi \vdash_{\mathsf{Res}} \bot$.

OBS! För att kunna återanvända klausuler är det ibland nödvändigt att välja mgu:erna på så sätt att variablerna i den nya klausulen är nya variabler som inte förekommer i beviset än, något som för säkerhets skull alltid kan göras. (Ett alternativ är att vid behov använda substitutioner som byter namn på variablerna i en klausul.)





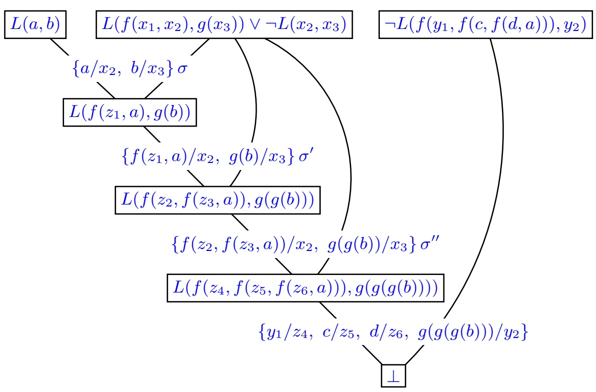
## Bevisförsök 1








## Bevisförsök 2








## Oavgörbarhet

Här kommer priset som måste betalas för predikatlogikens kraftfullhet...

**Teorem** Följande problem är oavgörbart:

Input: En predikatlogisk mening $\varphi$.

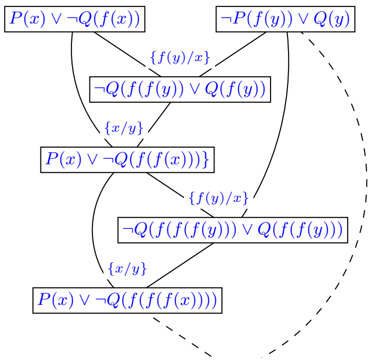
Fråga: Gäller $\models \varphi$, dvs är $\varphi$ en logisk sanning?

Haltproblemet kan reduceras till det ovannämnda: För varje turingmaskin $M$ och varje sträng $u$ kan en mening $\varphi$ beräknas som uppfyller $\models \varphi$ om och endast om $M(u)$ stannar.

**Följd 1** För predikatlogiska meningar $\varphi$ är det oavgörbart om $\varphi$ är satisfierbart (eftersom $\varphi$ är osatisfierbart om och endast om $\models \neg\varphi$).

**Följd 2** Även för ändliga mängder $\Phi$ av predikatlogiska klausuler är det oavgörbart om $\Phi \vdash_{\mathsf{Res}} \bot$.

## ... men varför kan $\Phi \vdash_{\mathsf{Res}}$ inte avgöras som i satslogiken?




Eftersom resolution innebär unifiering kan den generera nya atomära formler. Därför är sökrummet oändligt.