

## Resolution i predikatlogik

- Resolution
- Sundhet och fullständighet
- Algoritmiska anmärkningar

## Resolution

**Definition** För atomära formler  $\varphi, \varphi'$  låt  $\text{mgu}(\varphi, \varphi')$  vara mängden av deras mest generella unifierare. I bevissystemet **Res för predikatlogik** betraktas endast klausuler. Bevissystemet har inga axiomscheman och endast en bevisregel:

$$\frac{\psi \vee \varphi, \quad \psi' \vee \neg\varphi', \quad \sigma \in \text{mgu}(\varphi, \varphi')}{\psi\sigma \vee \psi'\sigma}$$

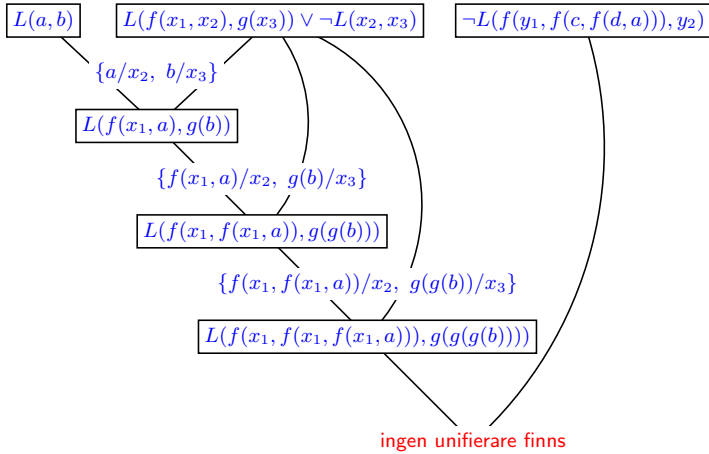
## Sundhet och fullständighet

### Teorem

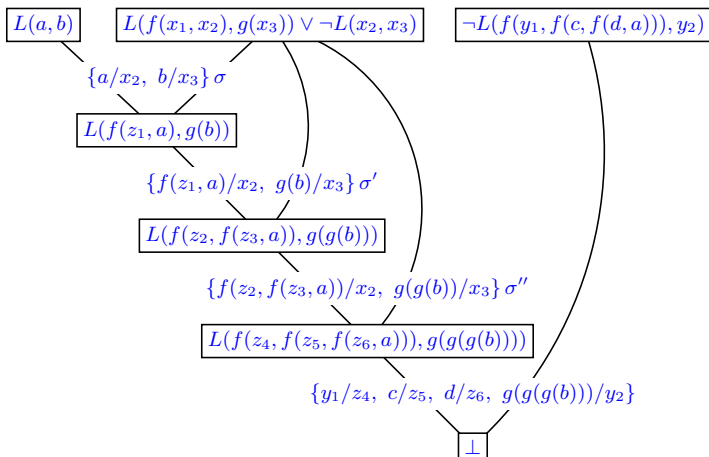
1. Bevissystemet **Res** är sunt:  $\Phi \vdash_{\text{Res}} \varphi$  implicerar  $\Phi \models \varphi$ .
2. **Res** är fullständigt för vederläggningsbevis: För motsägelsefulla klausulmängder  $\Phi$  med parvis disjunkta variabelmängder gäller  $\Phi \vdash_{\text{Res}} \perp$ .

**OBS!** För att kunna återanvända klausuler är det ibland nödvändigt att välja mgu:erna på så sätt att variablerna i den nya klausulen är **nya variabler** som inte förekommer i beviset än, något som för säkerhets skull alltid kan göras. (Ett alternativ är att vid behov använda substitutioner som byter namn på variablerna i en klausul.)

### Bevisförsök 1



### Bevisförsök 2



### Oavgörbarhet

Här kommer priset som måste betalas för predikatlogikens kraftfullhet. . .

**Teorem** Följande problem är oavgörbart:

Input: En predikatlogisk mening  $\varphi$ .

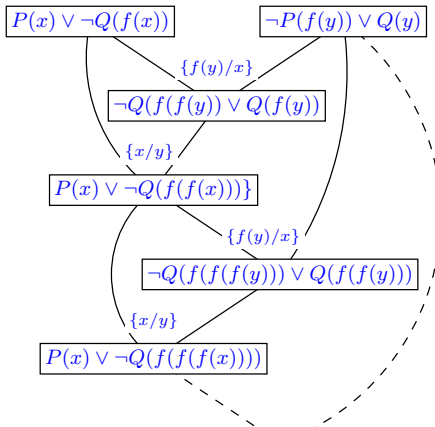
Fråga: Gäller  $\models \varphi$ , dvs är  $\varphi$  en logisk sanning?

Haltproblemet kan **reduceras** till det ovannämnda: För varje turingmaskin  $M$  och varje sträng  $u$  kan en mening  $\varphi$  beräknas som uppfyller  $\models \varphi$  om och endast om  $M(u)$  stannar.

**Följd 1** För predikatlogiska meningar  $\varphi$  är det oavgörbart om  $\varphi$  är satisfierbart (eftersom  $\varphi$  är osatisfierbart om och endast om  $\models \neg\varphi$ ).

**Följd 2** Även för ändliga mängder  $\Phi$  av predikatlogiska klausuler är det oavgörbart om  $\Phi \vdash_{\text{Res}} \perp$ .

... men varför kan  $\Phi \vdash_{\text{Res}}$  inte avgöras som i satslogiken?



Eftersom resolution innebär unifiering kan den generera **nya atomära formler**. Därför är sökrummet oändligt.