J. Högberg 11 september 2006

Logik för datavetare, HT06

– Obligatorisk uppgift 2 –

Uppgifterna nedan får lösas **individuellt eller i par** (i vilket fall man självklart ska lämna in en gemensam lösning som båda har bidragit till och kan förklara). Ett allvarligt lösningsförsök lämnas in senast **mån 18/9 2006, 13:00**. Lösningar som får betyget **O** eller **K** skall vara kompletterade mån 2/10. Kom ihåg att det både är tillåtet och rekommenderat att använda oh-bilderna såväl som handledare när ni löser uppgifterna.

1. Bevisa

$$\{(\neg A \to \neg B), (\neg B \to \neg C), (\neg C \to \neg D), (\neg D \to \neg E), E\} \models A \tag{1}$$

i Hilbertsystemet genom att:

(a) Använda deduktionsteoremet på (1) för att eliminera E från hypoteserna.

(b) Identifiera och bevisa ett lämpligt metateorem som i sin tur kan hjälpa er att bevisa resultatet från (a). Tips! Se sida 3–4 i oh-serien *Hilbertsystemet (del 2)*.

(c) Bevisa resultatet från (a) med hjälp av metateoremet från (b).

2. Använd resolution för att bevisa $\Phi \models \varphi$ med hjälp av ett vederläggningsbevis, där

$$\Phi = \{A,\ A \to (C \vee D),\ A \to (C \vee E),\ \neg B,\ \neg(\neg B \wedge C)\ \}$$

och $\varphi = E \wedge D$. Kom ihåg omskrivningen som krävs innan beviset kan ges.

3. Vilka av följande bevissystem för satslogiker *kan* vara (i) fullständiga (åtminstone för vederläggningsbevis), och (ii) sunda? Glöm inte att motivera ditt svar.

(a) Bevissystemet $\Gamma_A = (\emptyset, \emptyset)$ som saknar både axiomscheman och bevisregler.

(b) Bevissystemet $\Gamma_B = (\emptyset, \mathbf{R_B})$ som Γ_B saknar axiomscheman.

(c) Bevissystemet $\Gamma_C = (\mathbf{S_C}, \mathbf{R_C})$ där $\mathbf{S_C}$ innehåller axiomschemat $(\alpha_1 \vee \neg\alpha_1)$.

(d) Bevissystemet $\Gamma_D = (\mathbf{S_D}, \mathbf{R_D})$ där $\mathbf{S_D}$ innehåller axiomschemat $(\alpha_1 \wedge \neg\alpha_1)$.

(e) Bevissystemet $\Gamma_E = (\mathbf{S_E}, \mathbf{R_E})$ i vilket $\models A$ kan bevisas, d.v.s.

$$\vdash_E A\ .$$

(f) Bevissystemet $\Gamma_F = (\mathbf{S_F}, \mathbf{R_F})$ i vilket $\models A \to (\neg A \to A)$ kan bevisas, d.v.s.

$$\vdash_F A \to (\neg A \to A)\ .$$