

# Hemtentamensuppgift 4: Fourieranalys och filtrering

Niclas Börnin

22 april 2001

## Uppgift a) Den kontinuerliga fouriertransformen (2+2 poäng)

Visa att

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\{e^{i2\pi\omega t}\} &= \delta(u - \omega) \\ \mathcal{F}\{e^{-\pi t^2}\} &= e^{-\pi u^2}\end{aligned}$$

## Uppgift b) Frekvensanalys (3+3 poäng)

Det finns en testsignal av en tågvissla i Matlab. Den läses in med kommandot `load train` och har två variabler `y`, som innehåller ljudsignalen och `Fs` som är samplingsfrekvensen. (Man kan även studera tågvisslan i ett demo "Matlab/Visualization/Visualizing sound/Train whistle").

- Använd `fft` för att analysera signalen. Vilka är de tre dominerande frekvenserna i ljudet (i Hertz) och vilka inbördes styrkor har de?
- Behåll endast de tre dominerande frekvenserna (och deras negativa speglingar) och återtransformerna till tidsdomänem. Hur ser den återskapade signalen ut jämfört med originalet? Varför?

## Uppgift c) Omsampling (1+4 poäng)

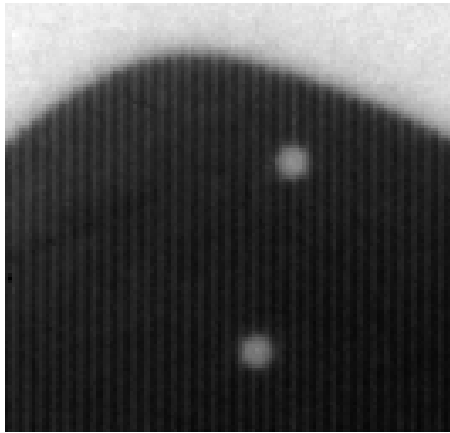
Använd tågvisslan från föregående uppgift. Gör 3 omsamplingar  $y_2$ ,  $y_4$  och  $y_8$  av signalen  $y$  genom att behålla vartannat, vart fjärde, och vart åttonde element.

- Vilka blir de nya samplingsfrekvenserna?
- Vilka blir de dominerande frekvenserna i de omsamplade signalerna? Varför?

### Uppgift d) Frekvensfiltrering (8 poäng)

Filtrera bort det vertikala rastermönstret från röntgenbilden nedan genom att konstruera ett lämpligt gaussiskt bandstopppfilter i frekvensrummet.

Bilden finns tillgänglig på kurshemsidan.



### Uppgift e) Sambandet faltning-frekvensfiltrering (7 poäng)

Tag en godtycklig (icke-trivial) bild  $b$ .

Använd någon filterkärna  $k$  från Matlabs `fspecial`-funktion som har medelvärde=0 (s.k. derivatefilter).

Visa sambandet faltning och frekvensfiltrering genom att:

- Filtrera bilden genom multiplikation i frekvensdomänen mellan  $B$  och  $K$ , där  $B$  är den fouriertransformerade bilden, och  $K$  är den fouriertransformerade kärnan.
- Falta bilden  $b$  med kärnan  $k$  (`conv2`). Se till att undvika kanteffekter.
- Jämföra de två filtrerade bilderna.