Uppgift 1 (2 poäng)

Omvandla följande formel till klausulform, dvs. en färdig mängd med klausuler förberedda för resolution.

$$\forall x(p(x) \vee (\forall y\, q(x, y) \rightarrow \exists y(q(x, y) \wedge \forall z\, r(y, z))))$$

Uppgift 2 (2 poäng)

Bestäm, utan att förenkla formeln, med hjälp av *semantiska tablåer* om formeln är valid, satisfierbar eller en motsägelse.

$$\forall x \exists y(p(x, y) \rightarrow (\exists y\, p(y, x) \vee r(y)))$$

Uppgift 3 (2 poäng)

Givet formeln E och substitutionerna θ och σ, bestäm formlerna $E\theta$, $E\sigma$, $E\theta\sigma$ och samt substitutionskompositionen $\theta\sigma$.

$E = p(x, y) \vee q(f(x), z) \vee r(v, u)$
$\theta = \{x/f(y), y/f(a), z/u\}$
$\sigma = \{y/g(a), u/z, v/f(f(a))\ \}$

Uppgift 4 (3 poäng)

Du har hittat en gammalt kretskort som tar tre inputs och ger ett output. På etiketten på kretskortet står det

$$p \vee q \wedge r$$

Du bestämmer dig för att testa kretskortet genom att applicera höga (true) och låga (false) spänningar på input och sedan mäta output. Output för var och en av de givna mängderna av input syns i följande sanningstabell:

p	**q**	**r**	**Output**
T	T	T	T
T	T	F	F
T	F	T	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F
F	F	F	F

Fungerar kretskortet på det sätt som etiketten säger? Motivera! Om inte, skriv ned en satslogisk formel som beskriver output från kretskortet.

Uppgift 5 (2 + 2 poäng)

Betrakta följande Prologprogram:

```
foo(X, Y) :- p(X), bar(X,Y).
foo(X, Y) :- p(Z), Y is Z*3.

bar(X, X) :- X >=2.

p(1).
p(2).
p(3).
```

a) Ange vilka svar programmet ger på frågan `foo(M, N)` och i vilken ordning de ges.
b) Ändra regeln `p(1).` till `p(1) :- !.` Ange vilka svar det nya programmet ger på frågan `foo(M, N)` och i vilken ordning de ges.

Uppgift 6 (4 poäng)

Antag att U är en mängd satslogiska formler, dvs $U = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$, antag dessutom att A och B också är satslogiska formler. Visa att om $U \cup \{A\} \models B$ så gäller att $U \models A \rightarrow B$.

Uppgift 7 (4 poäng)

Antag att en literal l, men inte dess komplement l^c, förekommer i en klausulmängd S. Låt S' beteckna den klausulmängd vi erhåller genom att ta bort alla klausuler som innehåller l. Visa att S är satisfierbar *omm* S' är satisfierbar.

Exempel: Om $S = \{p \vee q,\ r \vee \neg q, p \vee q \vee r\}$ så förekommer p i mängden men inte $\neg p$. Om vi tar bort alla klausuler som innehåller p så får vi $S' = \{r \vee \neg q\}$. Då säger satsen att S är satisfierbar omm S' är det. Fundera kring varför detta gäller och skriv ett generellt bevis. (Dvs det är inte ett bevis att visa att just detta exempel uppfyller satsen.)

Uppgift 8 (4 + 1 poäng)

a) Skriv ett Prologpredikat `everynth(N, L1, L2)` där `L2` är listan av var `N`:te element i listan `L1`. Du får *inte* använda cuts i programmet.
   Exempel: `everynth(2, [1, 2, 3, 4, 5, 6], [2, 4, 6])` och `everynth(3, [1, 2, 3, 4, 5, 6], [3, 6])` är sanna.
b) Vilka lösningar ger ditt program på frågan `everynth(3, X, [1, 2])`?

Uppgift 9 (2 + 1 + 3 poäng)

a) Ge en formell definition av vad som ska gälla för att en algoritm P ska vara en *beslutsprocedur* för en klass formler U.
b) Hur kan man använda en beslutsprocedur för satisfierbarhet för att visa validitet hos en formel?
c) Vad innebär begreppet *redundanta lösningar* till ett Prologprogram? Konstruera ett program i Prolog som ger redundanta lösningar och ange två sätt att eliminera dessa. Vilket sätt är att föredra, och varför?

Uppgift 10 (4 + 2 + 2 poäng)

Vi vet följande om studenter på ett universitet:

Det finns tre typer av studenter: vanliga, exjobbare och forskarstudenter. Studenter är inte forskarstudenter om det finns studenter som läst mer än dem. De studenter som läst mer än andra studenter är inte vanliga studenter. Studenter är inte exjobbare om det finns andra studenter som läst mer och som är exjobbare. Jane har läst mer än Jill som i sin tur har läst mer än Mary

Sedan vet vi också att egenskapen ”läst mer” är transitiv, dvs att följande förhållande gäller:
$\forall x \forall y \forall z(\text{läst\_mer}(x,y) \wedge \text{läst\_mer}(y,z) \rightarrow \text{läst\_mer}(x,z))$

a) Omvandla alla fakta till första ordningens predikatlogik. Använd dig av predikaten läst_mer/2, exjobbare/1, fostud/1 och vanlig/1
b) Gör om meningarna till klausulform förberedd för resolution (även meningen om transitivitet).
c) Visa med hjälp av resolution att Jane inte är en exjobbare.