Uppgift 1 (2 poäng)

Konvertera följande formel till Prenex Normal Form (PNF eller PCNF). Beskriv vad du gör i varje steg med några förklarande ord.

$$\forall x(p(x) \rightarrow \neg q(x)) \rightarrow (\forall x \neg p(x) \vee \neg \exists x q(x))$$

Uppgift 2 (2 poäng)

Bestäm med hjälp av semantiska tablåer om nedanstående uttryck är valid, satisfierbart eller en motsägelse. Du får inte på något sätt skriva om formeln med hjälp av logiska ekvivalenser (tex till klausulform) före under eller efter du använder tablåerna.

$$\forall y(\neg p(a, y) \vee q(a, y)) \wedge \forall x \exists y\ p(x, y) \rightarrow \exists y q(a, y)$$

Uppgift 3 (3 poäng)

Genom att använda dig av Gentzens sekvensanalys, avgör om följande formel är valid.

$\neg s \wedge \{ (q \vee p) \rightarrow (t \vee s)\} \wedge q \rightarrow t$

Uppgift 4 (1 + 2 poäng)

Använd Herbrandtolkningar för att avgöra om följande klausulmängder är satisfierbara eller ej.

a) $S1 = \{\neg p(x) \vee q(x), p(y), \neg q(a)\}$
b) $S2 = \{\neg p(x) \vee q(f(x)), \neg p(x) \vee \neg q(y), p(f(a)), q(a)\}$

Uppgift 5 (2 + 2 poäng)

Unifiera om möjligt följande mängder med hjälp av Robinsons unifieringsalgoritm. Var noga med att följa algoritmen och beskriva vad du gör. Om det inte går att hitta en mgu, förklara varför.

a) $S = \{p(x, f(x), z), p(g(y), f(g(b)), y)\}$
b) $S = \{p(a, g(b)), p(x, g(x))\}$

Uppgift 6 (1 + 1 + 2 poäng)

a) När man pratar om logikprogrammering i teorin utan ett speciellt språk i tanken finns det två ickedeterministiska val som måste göras när man ”kör” ett program. Vilka?
b) Hur har man valt att implementera dessa val i Prolog?
c) Definiera begreppen tolkning, satisfierbarhet, modell och validitet för satslogiken.

Uppgift 7 (4 poäng)

Bevisa eller motbevisa följande påstående, dvs om formeln är sann bevisa detta och annars visa varför den inte gäller.

Om vi vet att

$$(U \models A) \rightarrow (U \models B)$$

så gäller

$$U \models A \rightarrow B$$

(Antag U är en mängd satslogiska formler och A och B är satslogiska formler.)

Uppgift 8 (4 poäng)

Antag att S är en mängd satslogiska formler och att A och B är satslogiska formler. Bevisa att om $S \cup \{A\} \models B$ så gäller att $S \cup \{\neg B\} \models \neg A$.

Uppgift 9 (4 poäng)

Genom att använda resolution med paramodulation, bevisa att U $\models$ A, givet följande (a - e är konstanter, x variabel och p, q, r predikat):
$U = \{\forall x(p(x) \land \neg q(x) \rightarrow x = c), \forall x(\neg p(x) \land \neg q(x) \rightarrow x = d), p(a), \neg p(b), f(c, d) = e, r(e)\}$
$A = \{\neg q(a) \land \neg q(b) \rightarrow r(f(a, b))\}$

Uppgift 10 (4 + 2 + 2 + 2 poäng)

Alla smarta människor som inte är fattiga är glada. Människor som kan läsa är smarta. John är frisk. Helen kan läsa och är frisk. Glada människor har ett spännande liv. Friska människor är inte fattiga.

a) Översätt meningarna till första ordningens predikatlogik. Antag att domänen är ”människor” och använd dig av följande predikat: s(x) - x är smart, fattig(x) - x är fattig, glad(x) - x är glad, kl(x)-x kan läsa, sp(x) - x lever ett spännande liv
b) Transformera uttrycken till klausalform förberedda för resolution.
c) Visa med hjälp av resolution att det finns någon som har ett spännande liv.
d) Använd svarsextraktion för att ta reda på vilken person det är som har ett spännande liv.

Gentzenregler	Namn
$$\frac{\Gamma_1, A, B, \Gamma_2 \Rightarrow \Delta}{\Gamma_1, (A \wedge B), \Gamma_2 \Rightarrow \Delta}$$	Vänster-$\wedge$
$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta_1, A, \Delta_2 \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta_1, B, \Delta_2}{\Gamma \Rightarrow \Delta_1, (A \wedge B), \Delta_2}$$	Höger-$\wedge$
$$\frac{\Gamma_1, A, \Gamma_2 \Rightarrow \Delta \qquad \Gamma_1, B, \Gamma_2 \Rightarrow \Delta}{\Gamma_1, (A \vee B), \Gamma_2 \Rightarrow \Delta}$$	Vänster- $\vee$
$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta_1, A, B, \Delta_2}{\Gamma \Rightarrow \Delta_1, (A \vee B), \Delta_2}$$	Höger- $\vee$
$$\frac{\Gamma_1, \Gamma_2 \Rightarrow A, \Delta \qquad B, \Gamma_1, \Gamma_2 \Rightarrow \Delta}{\Gamma_1, (A \rightarrow B), \Gamma_2 \Rightarrow \Delta}$$	Vänster- $\rightarrow$
$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow B, \Delta_1, \Delta_2}{\Gamma \Rightarrow \Delta_1, (A \rightarrow B), \Delta_2}$$	Höger- $\rightarrow$
$$\frac{\Gamma_1, \Gamma_2 \Rightarrow A, \Delta}{\Gamma_1, \neg A, \Gamma_2 \Rightarrow \Delta}$$	Vänster- $\neg$
$$\frac{A, \Gamma \Rightarrow \Delta_1, \Delta_2}{\Gamma \Rightarrow \Delta_1, \neg A, \Delta_2}$$	Höger- $\neg$
$$\frac{\Gamma_1, (A \rightarrow B), (B \rightarrow A), \Gamma_2 \Rightarrow \Delta}{\Gamma_1, (A \equiv B), \Gamma_2 \Rightarrow \Delta}$$	Vänster- $\equiv$
$$\frac{\Gamma \Rightarrow \Delta_1, (A \rightarrow B), \Delta_2 \qquad \Gamma \Rightarrow \Delta_1, (B \rightarrow A), \Delta_2}{\Gamma \Rightarrow \Delta_1, (A \equiv B), \Delta_2}$$	Höger- $\equiv$