

**Uppgift 1 (2 poäng)**

Konvertera följande formel till klausulform. Var noga med att redovisa alla steg i omvandlingen.

$$\forall x \exists y ((p(x, y) \rightarrow q(y, x)) \wedge q(y, x)) \rightarrow \exists x \forall y p(x, y)$$

**Uppgift 2 (3 poäng)**

(The cut theorem eller "klippsatsen") Visa formellt att om  $U \models A$  och  $U \cup \{A\} \models B$  så gäller att  $U \models B$  för alla formler  $A$  och  $B$ .

**Uppgift 3 (3 poäng)**

Använd Robinsons unifieringsalgoritm för att bestämma mgu till följande mängd:

$$\{p(f(y), y, x), p(x, w, f(z)), p(x, f(a), x)\}$$

För full poäng måste alla steg i algoritmen redovisas utförligt.  $a$  är en konstant,  $x, y, z, w$  variabler,  $f$  funktion och  $p$  ett predikat.

**Uppgift 4 (3 poäng)**

Låt  $U = \{R(a) \vee R(b), \neg D(y) \vee L(a, y), \neg R(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg L(x, y), D(a) \vee \neg Q(a), a = b\}$   
och  $A = \neg Q(b) \wedge R(b)$ .

Visa att  $U \models A$  genom att använda resolution med paramodulation. Du får inte förenkla klausulmängden innan du börjar med resolutionen.

**Uppgift 5 (3 poäng)**

Genom att använda dig av Gentzen systemet bevisa eller motbevisa att  $U \models A$ , givet följande:

$$U = \{\neg A \vee B, \neg(C \wedge \neg A \wedge \neg B), \neg(D \wedge \neg C), D\}$$

$$A = \{B \vee E\}$$

**Uppgift 6 (2 + 2 poäng)**

Bestäm med hjälp av semantiska tablåer om nedanstående uttryck är valida, satisfierbara eller motsägelser. Du får inte skriva om formlerna med hjälp av logiska ekvivalenser (tex till klausulform) före under eller efter du använder tablåerna.

a)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$

b)  $\forall x(p(x) \rightarrow q(x)) \rightarrow (\exists x p(x) \rightarrow \exists x q(x))$

**Uppgift 7 (1 + 1 + 2 poäng)**

- Visa genom att ge ett motexempel att substitutionskomposition inte är kommutativ. Dvs visa att  $\theta\sigma \neq \sigma\theta$ .
- Hur kan man använda en beslutsprocedur för satisfierbarhet för att visa validitet hos en formel?
- Vad är det för skillnad på inputresolution och linjär resolution? Beskriv båda typerna av resolution.

### Uppgift 8 (2 + 2 + 2 poäng)

a) Förenkla följande mängd  $S$  av literaler. Dvs finn en mängd  $S'$  så att  $S \approx S'$ .

$$S = \{p \vee \neg q \vee \neg r, \neg p \vee s, q \vee \neg r \vee \neg s, r \vee \neg s \vee \neg t, \neg s \vee u, p \vee \neg r \vee u, t \vee \neg u \vee \neg v, p \vee q \vee v, \neg v\}$$

$$= \{p\bar{q}\bar{r}, \bar{p}s, q\bar{r}\bar{s}, r\bar{s}\bar{t}, \bar{s}u, p\bar{r}u, t\bar{u}\bar{v}, pqv, \bar{v}\} \text{ (förkortat skrivsätt)}$$

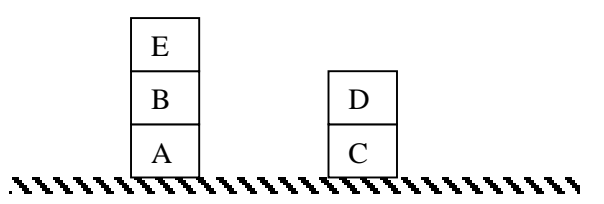
Avgör dessutom om klausulmängden är valid, satisfierbar eller en motsägelse. Visa noga hur du förenklar (dvs förklara varför du får förenkla som du gör) visa också hur du kommer fram till ditt svar när det gäller validitet, satisfierbarhet eller motsägelse.

b) Hitta alla modeller (tolkningar som satisfierar)  $(p \vee \neg q) \wedge (r \rightarrow q)$

c) Inom logikprogrammering talar man om "closed world assumption". Vad innebär det?

### Uppgift 9 (4 + 2 + 1 + 1 poäng)

Vi har en värld av byggklossar som ligger på ett bord. Så här ser en given situation ut:

	<p>Eller med predikat:</p> <p>På_bordet (A)          på_bordet (C)          på(D, C)          på(B, A)          på(E, B)          överst(E)          överst(D)</p>
---	--

på_bordet(x)	- x ligger på bordet
på(x, y)	- x ligger ovanpå y
överst(x)	- x har inte någon kloss ovanpå sig.
tungt(x)	- x är tung
trä(x)	- x är av trä
stor(x)	- x är stor
blått(x)	- klossen x är blå
grönt(x)	- klossen x är grön

Vi vet dessutom att:

B och D är tunga. B är av trä. Varje kloss som är stort och blått är på en grön kloss. Varje tung kloss som är av trä är stor. Alla klossar som ligger överst är blåa. Alla klossar av trä är blåa.

a) Transformera dessa meningar till uttryck i första ordningens predikatlogik. Använd dig av predikaten som definierats ovanför meningarna.

b) Transformera uttrycken till klausalform förberedda för resolution.

c) Visa med hjälp av resolution att det finns en kloss som är grön.

**OBS!** Ni får **inte** förenkla klausulmängden innan ni gör resolutionen! Naturligtvis får ni använda alla fakta om världen också förutom era meningar.

d) Genom att använda svarsresolution, ta reda på vilken den gröna klossen är.