Uppgift 1 (2 poäng)

Konvertera följande formel till klausulform. Var noga med att redovisa alla steg i omvandlingen.
$\exists x \forall y(p(y) \rightarrow \exists y q(y,x) \wedge r(y,x))$

Uppgift 2 (3 poäng)

U är en mängd satslogiska formler. A och B är två stycken satslogiska formler. Bevisa att om U $\models A \wedge B$ så gäller att $U \cup \{A\} \models B$

Uppgift 3 (3 poäng)

Ge belysande exempel och en tydlig definition för vart och ett av begreppen *satisfierbar*, *valid* och *motsägelse*.

Uppgift 4 (3 poäng)

Använd Robinsons unifieringsalgoritm för att bestämma mgu till följande mängd. För full poäng måste alla steg i algoritmen redovisas utförligt. (B är en konstant, f en funktion och v, w, x, y, z är variabler.)

$\{ p(x, f(v),v), p(f(v), x, z), p(y, w, B) \}$

Uppgift 5 (3 poäng)

Låt $U = \{R(a) \vee R(b), \neg D(y) \vee L(a, y), \neg R(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg L(x, y), D(a) \vee \neg Q(a), a = b\}$
och $A = \neg Q(b) \wedge R(b)$.

Visa att U |= A genom att använda resolution med paramodulation. Du får inte förenkla klausulmängden innan du börjar med resolutionen.

Uppgift 6 (4 poäng)

Givet formeln E och substitutionerna θ och σ nedan, bestäm formlerna $E\theta$, $E\sigma$, $E\theta\sigma$ samt substitutions-kompositionen $\theta\sigma$.

$E = p(x, y) \vee q(y, z) \vee r(f(x), a)$
$\theta = \{y/x, f(x)/y, f(w)/z\}$
$\sigma = \{a/x, f(a)/y, y/w, b/z\}$

Uppgift 7 (1 + 1 + 1 + 1 poäng)

a) Ge en formell definition av vad som ska gälla för att en algoritm P ska vara en *beslutsprocedur* för en klass formler U.
b) Hur kan man använda en beslutsprocedur för satisfierbarhet för att visa validitet hos en formel?
c) Antag att vi har ett logiskt system och en beslutsprocedur för detta system. Förklara vad som menas med att systemet är sunt.
d) Antag att vi har ett logiskt system och en beslutsprocedur för detta system. Förklara vad som menas med att systemet är fullständigt.

Uppgift 8 (2 + 2 + 2 poäng)

Bestäm med hjälp av semantiska tablåer om nedanstående uttryck är valida, satisfierbara eller motsägelser. Du får inte skriva om formlerna med hjälp av logiska ekvivalenser (tex till klausulform) före under eller efter du använder tablåerna.

a) $\{(p \vee q) \rightarrow r, p \rightarrow \neg q\} \models \neg p$
b) $\models (p \rightarrow (q \rightarrow p))$
c) $\forall x \exists y(p(x, y) \rightarrow (\exists y\ p(y, x) \vee r(y)))$

Uppgift 9 (4 + 2 + 1 + 1 poäng)

Alla som stjäl är tjuvar. Alla som rånar rika och ger till fattiga är snälla. Om man är snäll så är man inte elak och tvärtom. Robin Hood stjäl och sheriffen av Nottingham är en tjuv. Robin Hood rånar de rika och ger till de fattiga.

a) Transformera dessa meningar till uttryck i första ordningens predikatlogik. Använd dig av predikaten stjäl, tjuv, snäll, elak, rånar_rika och ger_fattiga som alla tar ett argument.
b) Transformera uttrycken till klausalform förberedda för resolution.
c) Visa med hjälp av resolution att det finns en snäll tjuv.
d) Använd svarsextraktion för att ta reda på vem den snälla tjuven är.