Dagens föreläsning

- Lite om labbarna.
- Hur visar vi att ett språk inte är reguljärt?
- Hur visar vi att ett språk inte är kontext-fritt?

Pumping Lemmata

Är språken

$$C = \{w \mid w \text{ innehåller lika många nollor som ettor}\} \ ,$$

och

$$D = \{w \mid w \text{ innehåller lika förekomster av strängen 01 som 10}\} \ ,$$

reguljära? Vad gör vi när intuitionen sviker?

Det pumpande lemmat för reguljära språk

- Innebär att alla reguljära språk har en speciell egenskap.
- Egenskapen är att alla strängar i språket över en viss längd kan förlängas genom att upprepa en delsträng ett obegränsat antal gånger.
- Vi tittar på lemmat direkt och funderar sen varför det håller.

Pumping lemmat för reguljära språk

Om A är ett reguljärt språk, då finns det ett heltal p så att om s är en sträng i A av längd p eller längre, då kan s delas i tre delar, $s = xyz$, så att följande villkor uppfylls

1. för varje $i \geq 0$, $xy^iz \in A$,
2. $|y| > 0$, och
3. $|xy| \leq p$.

Bevisskiss

Exempel 1.73

Låt B vara språket $\{0^n1^n \mid n \geq 0\}$. Visa mha Pumping lemmat att B inte är reguljärt.

- Antag att B är reguljärt.
- Då finns det en deterministisk finit automat M med p tillstånd som accepterar B.
- Varje sträng som accepteras av M ska kunna delas upp i xyz i enlighet med villkoren i lemmat.
- Strängen 0^p1^p är längre än p, men kan inte delas på detta sätt! (varför?) $\lightning$

Exempel 1.76

Låt D vara språket $\{1^{n^2} \mid n \geq 0\}$, dvs. D innehåller all strängar ettor av med längd motsvarande en perfekt kvadrat. De första strängarna i D har alltså längderna 0, 1, 4, 9, 25, 36, 49, ... Visa mha Pumping lemmat att D inte är reguljärt.

- Antag att D är reguljärt.
- Då finns det en finit automat M med p tillstånd som accepterar D.
- Varje sträng som accepteras av M ska kunna delas upp i xyz i enlighet med villkoren i lemmat.
- Strängen 1^{p^2} är längre än p, men kan inte delas på detta sätt! (varför?) $\lightning$

Uppgift 1.54

Låt F vara språket $\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0$ och om $i = 1$ så är $j = k\}$: om en sträng i F börjar med exakt ett a så måste antalet b:n och c:n överensstämma. Visa utan Pumping lemmat att språket inte är reguljärt, och sen med.

Innebär vårt resultat en motsägelse?

Repetition av parseträd

Vi tittar på parseträden för några av strängarna som genereras av grammatiken G med reglerna

$$
\begin{array}{lcl}
S & \longrightarrow & [T] \\
T & \longrightarrow & (T) \mid U \\
U & \longrightarrow & \star \mid \star\star \mid \star\star\star
\end{array}
$$

Pumping lemmat för kontext-fria språk

Om A är ett kontext-fritt språk, då finns det ett heltal p sådant att, om s är en godtycklig sträng in A av längd åtminstone p, då kan s delas i fem delar $s = uvxyz$ så att följande villkor uppfylls:

1. för varje $i \geq 0$, $uv^ixy^iz \in A$,
2. $|vy| > 0$, och
3. $|vxy| \leq p$.

Bevisskiss

Exempel 2.36

Låt B vara språket $\{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$. Visa mha det nya Pumping lemmat att B inte är kontext-fritt.

- Antag att B är kontext-fritt.
- Då finns det en CFG G med $|V|$ icketerminaler och högersidor av längd max b som genererar B.
- Låt p vara $b^{|V|+1}$.
- Varje sträng som accepteras av M ska kunna delas upp i $uvxyz$ i enlighet med villkoren i lemmat.
- Strängen $a^p b^p c^p$ är längre än p, men kan inte delas på detta sätt! (varför?) $\lightning$