

Notation & några begrepp för komplexitetsanalys

Robert Granat

Begränsningar av funktioner

Övre gräns:

$f(x) = O(g(x)) \Leftrightarrow$ för någon konstant $c > 0$ existerar $x_0 \geq 0$ så att $f(x) \leq c g(x)$ för alla $x \geq x_0$

Undre gräns:

$f(x) = \Omega(g(x)) \Leftrightarrow$ för någon konstant $c > 0$ existerar $x_0 \geq 0$ så att $f(x) \geq c g(x)$ för alla $x \geq x_0$

Övre och under gräns:

$f(x) = \theta(g(x)) \Leftrightarrow$ för konstanter $c_1, c_2 > 0$ existerar $x_0 \geq 0$ så att $c_1 g(x) \leq f(x) \leq c_2 g(x)$ för alla $x \geq x_0$

Exempel

Finn övre gräns för $f(x) = 5x^2 + 2x \log x$

- $f(x) = O(x^2)$ ty $f(x) \leq 6x^2$ då $x \geq 4$

eftersom

$$6x^2 \geq 5x^2 + 2x \log x$$

\Leftrightarrow

$$x^2 \geq 2x \log x$$

vilket är sant för $x \geq 4$

- Vi har alltså hittat konstanter $c (= 6)$ och $x_0 (= 4)$ så att $c x^2 \geq 5x^2 + 2x \log x$ för alla $x \geq x_0$

Några räkneregler

- Låt $f(n) = O(r(n))$
 $g(n) = O(s(n))$

Då gäller:

- $f(n) + g(n) = O(r(n) + s(n))$
- $f(n) * g(n) = O(r(n) * s(n))$

... men ...

- $f(n) - g(n) \neq O(r(n) - s(n))$
- $f(n) / g(n) \neq O(r(n) / s(n))$

Övning: Härled dessa regler!
(Vad gäller för undre gränser?)