

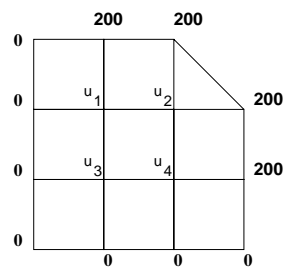
Grupptimme 2

Teknisk vetenskapliga beräkningar, VT08

Linjära ekvationssystem och minsta-kvadratmetoden

Uppgift 1

Temperaturen inuti en metallstav med tvärsnitt enligt Figuren ska bestämmas. Temperaturen på ytan är 200° respektive 0° enligt Figuren. Temperaturvärdena i det inre bestäms av följande räkneregel: Värdet u_i i en skärningspunkt i rutnätet är lika med medelvärdet av de fyra närmaste grannpunkternas temperaturvärden. Formulera och lös ett linjärt ekvationssystem för u_1 , u_2 , u_3 och u_4 .



Uppgift 2

Ett symmetriskt tridiagonalt system $Ax = b$ ser ut som följer

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- a) Beräkna lösning x .
b) Beräkna lösningen x med den störda b -vektorn

$$b = [2.95 \quad 6.05 \quad 1.04 \quad -0.03 \quad 0.95]^T$$

- c) Är problemet välkonditionerat? Beräkna förhållandet mellan relativfelet i lösningsvektorn och relativfelet i högerledsvektorn – alltså det experimentellt erhållna konditionstalet. Beräkna också det teoretiska konditionstalet.

Uppgift 3

Det hundra primtalet är $p_{100} = 541$, det tusende är 7919, det tiotusende är 104729 och det hundratusende är $p_{100000} = 1299709$. Det gäller approximativt ett linjärt samband mellan tiologaritmen för n och kvoten $p_n = n$. Gör minstakvadratanpassning till givna data och beräkna avvikelserna i de fyra punkterna. Hur stort är det fyratusende primtalet?

Uppgift 4

Man anar att det finns ett samband mellan planeternas omloppstider T och deras medelavstånd R till solen, ett samband på formen $T = T_0 R^q$ där T_0 och q är konstanter och R är mätt med jordbanans radie som enhet. Formulera ett linjärt ersättningsproblem och bestäm T_0 och q med minstakvadratmetoden. Kontrollera resultatet mot välkända jorddata.

	R	T(år)
Merkurius	0.39	0.24
Venus	0.72	0.62
Mars	1.52	1.88
Jupiter	5.20	11.9
Saturnus	9.50	29.5
Uranus	19.0	84.0

Uppgift 5

Kalle Sprängare vill lokalisera läget av en mineralfyndighet som tros ligga i ett skikt, som kan skrivas $z = c_1 + c_2x + c_3y$. För att bestämma de tre parametrarna c_1 , c_2 och c_3 borrar Kalle ner fem hål från marken (planet $z = 0$). På markytan har de fem hålen koordinaterna (x_i, y_i) . Provhålen är helt lodräta så Kalle kan mäta djupet z_i för mineralfyndigheten i vart och ett av de fem borrhålen:

x	30	40	10	20	50
y	50	20	30	10	40
z	-81.3	-63.5	-57.0	-44.8	-80.7

Bestäm parametrarna c_1 , c_2 , c_3 med minstakvadratmetoden. Var i kvadraten $10 \leq x \leq 50$, $10 \leq y \leq 50$ bör Kalle borra för att borrhålet ska bli så kort som möjligt?